MATHÉMATIQUES & ARTS
DEUX CONFÉRENCES

Claude P. BRUTER

Résumé

Le contenu de cet article s'appuie sur celui des conférences Florence (Avril 2016) et Lausanne (Novembre 2016), consacré aux rapports entre Mathématiques et Arts. Il repose sur quelques données de base relevant de la philosophie naturelle et qui sont rappelées. Les concepts d'énergie, de mouvement et de maintien de la stabilité sont fondamentaux. Ces données éclairent la notion de beau, sa présence ainsi que celle de deux parmi six caractéristiques communes aux mathématiques aux arts. Elles engendrent le contenu essentiel des œuvres, en premier lieu les données physiques fondamentales et leur structure apparente: symétrie, forme spirale, remplissage de l'espace par des éléments identiques constituent des universels de la décoration. Ce dernier point sera présenté dans un second article où l'on montrera d'autres apports des mathématiques aux arts visuels, et où l'on évoquera l'enrichissement des mathématiques suggéré par l'analyse des œuvres d'art.

PREMIÈRE PARTIE

Florence !

Quel lieu en effet est-il le plus adapté, le plus merveilleux pour évoquer les relations profondes que l'humanité, depuis l'aube, n'a cessé de tisser au fil des millénaires entre les mathématiques et les arts, Florence et la Toscane, au cœur de l'Italie, où sont nés cette étonnante pléiade d'artistes-mathématiciens du quattrocento, Brunelleschi, Alberti, Piero della Francesca, Da Vinci, ces grands humanistes qui ont contribué à asseoir le développement et le rayonnement de notre civilisation.

Les noms que je viens de citer sont les noms de peintres, mais naturellement tous les arts, et l'on peut même ajouter toutes les activités humaines, sont concernés par les mathématiques: toute activité d'excellence n'est-elle pas considérée comme un art ? Ne parle-t-on pas de l'art musical, de l'art pictural, de l'art architectural, mais aussi de l'art de la médecine, de l'art de la diplomatie ou au contraire de l'art de la guerre, et de façon plus réjouissante et plus conviviale de l'art de la table, celui de la pâtisserie, de la fabrication de chocolats ou de fromages dans laquelle la Suisse excelle ? Qu'est-ce alors un artiste ? Dans notre sens le plus général, toute personne qui pratique un art, une activité de manière excellente et exemplaire, qu'il soit soudeur, mathématicien ou sculpteur. Nous ne ferons donc pas de distinction a priori entre le mathématicien, le danseur, l'architecte et le pâtissier que nous pourrons peut-être rencontrer tout à l'heure.

Les relations explicites entre mathématiciens et artistes remontent au moins aux temps anciens où l'on a conçu et décoré les premiers palais et tombeaux, les premières poteries. Elles ont connu des périodes singulièrement fastes, au quattrocento bien sûr, probablement et bien avant aux sixième et cinquième siècles avant notre ère avec les pythagoriciens, avec le peintre Agatharque qui signaient les décors du théâtre d'Eschyle, et les mathématiciens-philosophes Anaxagore et Démocrite qui ont commis des traités, aujourd'hui perdus, où la perspective mathématique aurait fait son apparition. Je passe sous silence les connexions entretenues jusqu'à la fin du Moyen Âge avec les nombres significatifs, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12 et 17, les proportions qu'ils engendrent, les approximations de π et de racine de 2, les formes géométriques élémentaires auxquelles on peut associer ces nombres. Un livre est à écrire sur ce sujet.

Ces relations ont pris un nouvel et remarquable essor depuis la fin du siècle dernier, avec l'apparition des techniques nouvelles de communication et de représentation, et le développement considérable des mathématiques depuis deux siècles. C'est davantage dans cette modernité que nous allons entrer.

Le phénomène est d'ailleurs assez récent: nombre de mathématiciens, tout d'un coup échauffés, l'œil brillant, parlent aujourd'hui de la beauté de leur discipline, parfois de leurs théorèmes. Bien des gens s'en étonnent. Et beaucoup, parmi eux, pour le moins sceptiques, sourient gentiment à l'idée de liens assurés entre les mathématiques et les arts. Les publics pour qui les mots «perspective mathématique » et « cubisme » font sens sont bien sûr moins surpris.

Cubistes : **Chagall**, **Picasso, Ernst, Gris**

Traitez la nature par ***le cylindre, la sphère, le cône,*** *le tout mis en perspective,*

Cézanne, 15 Avril 1904

Ils partagent peut-être avec Aristote la même conception du beau, écoutons Aristote, l'essentiel de l'avenir de l'art est peut-être dans ces mots:

Les formes les plus frappantes du beau sont l'ordre, la symétrie, la précision; et ce sont les sciences mathématiques qui s'en occupent éminemment.

Aristote *Métaphysique, Livre M, Chap. IV*

La curiosité aiguisée de ces mêmes publics souhaiterait peut-être davantage comprendre pourquoi ces liens existent-ils, de quelles manières ils se sont exprimés au cours de l'évolution de l'humanité.

Le pourquoi de ces liens

L'existence de ces liens tient, en bref, aux raisons mêmes à l'origine de nos démarches de l'esprit, de nos comportements en général. Ces raisons sont communes à tous les mathématiciens et artistes, et au delà, à tous les hommes, à tous les êtres vivants en fait. Pour bien s'en rendre compte et s'en convaincre, il faut revenir aux données premières de la philosophie naturelle.

Les concepts d'énergie, de changement, de stabilité sont à la base de cette philosophie.

Pour ce qui est de ce dernier terme, la stabilité, on doit à Platon d'avoir énoncé ce principe simple, d'une portée immense mais encore mal appréciée, et que je formulerai en ces termes:

« *Tout objet de la nature s'efforce de persévérer dans son Moi à travers l'espace et dans le temps* ».[1]

À ce concept de stabilité sont associées, comme corollaires en quelque sorte, ces deux autres notions importantes que nous allons retrouver tout à l'heure: celle de représentation (qui renvoie à Platon, le mythe de la caverne) et celle de symétrie (énoncée par Aristote).

Un mot sur l'universalité de la symétrie[2].

Les objets, les formes, les décors au sein desquels les unes et les autres sont insérés, n'ont d'existence que parce qu'ils présentent des propriétés de stabilité, une stabilité définie et assurée par l'équilibre des forces internes en présence. Deux telles forces qui s'équilibrent sont d'égale intensité mais orientées en sens contraire; on les dit symétriques. Le jeu équilibré des forces internes imprime à l'objet sa forme, induit

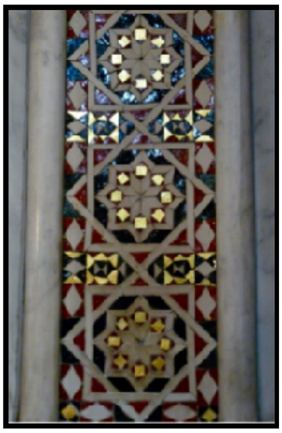
---

[1] On trouvera dans la première partie (http://arpam.free.fr/DP.pdf) du tome 1 de « Topologie et Perception » une première formulation de ce principe. Spinoza semble être le seul philosophe qui ait repris l'affirmation de Platon et en ait compris l'importance. Les traductions du texte de Platon utilisent l'expression « persévérer dans son état », celles de Spinoza « persévérer dans son être ». Spinoza fait un usage incomplet de Platon qui ajoutait « mais il ne le peut que par la reproduction ». Qu'entendaient exactement Platon et Spinoza dans les termes qu'on nous propose, « état » pour Platon, « être » pour Spinoza ? J'utilise pour ma part l'expression de « persévérer en son moi »: elle implique la nécessité éventuelle d'une transformation de l'état et de l'être, en fonction notamment de l'évolution des circonstances et données environnementales de toute nature, extérieures comme intérieures.

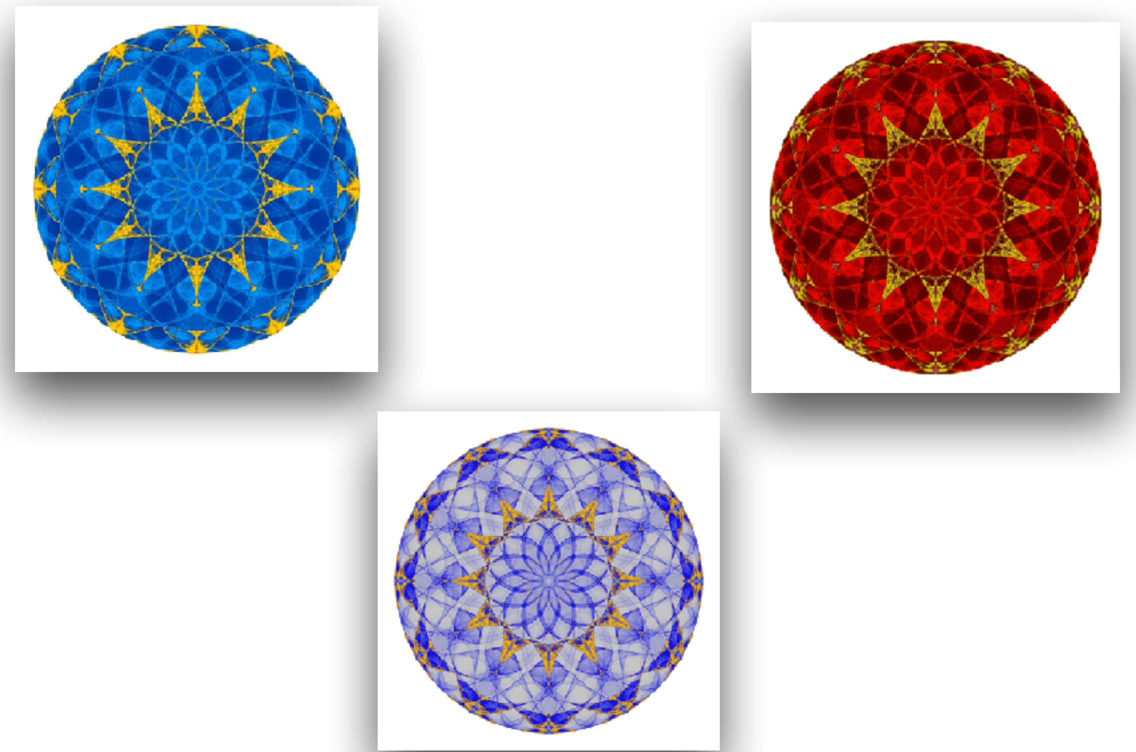
[2] La question de la symétrie est ici abordée seulement dans son aspect statique (« L'inanimé précède l'animé » selon Aristote et selon une certaine apparence). Prendre en compte le mouvement conduit à introduire les phénomènes de rupture de symétrie, de bifurcation, à prendre en considération leurs manifestations dans les mécanismes et techniques de représentation et de création.

la création et l’apparition de lignes de forces singulières se présentant à nous sous l’aspect d’axes de symétrie. Il définit également les valeurs des proportions, des rapports métriques, qu’entretiennent entre elles ces différentes directions. La simple apparence donc des symétries que présente un objet est une expression de sa stabilité, c’est-à-dire de son existence, et par conséquent de la possibilité de le représenter.

Toute représentation est ainsi sous-tendue par des symétries, plus ou moins cachées à l’observateur, plus ou moins difficiles à mettre en évidence, plus ou moins apparentes. Dans les œuvres d’art, les symétries peuvent être introduites de manière spontanée par l’artiste, ou de manière raisonnée et systématique comme dans les œuvres décoratives en particulier.



Mosaïque murale, Cathédrale de Monreale, vers 1175



Mike Field. Rosaces européennes. 2010

Ces symétries, les mathématiciens les ont abondamment étudiées, les physiciens les ont abondamment utilisées dans leur étude de l'univers des cristaux et pour la classification des particules élémentaires. Un outil classique de leur étude apparaît dans une théorie célèbre, la théorie des «groupes». C'est à l'aide de cette théorie que les mathématiciens construisent les pavages du plan et des espaces, pavages que nous rencontrerons tout à l'heure.

Les éléments de ces groupes représentent des mouvements ou encore des transformations qui, chacune, peut aller dans un sens ou dans son opposé. Autrement dit tout élément d'un groupe de transformations admet un symétrique.

Prenons les nombres entiers. Je fais un pas en avant, il est représenté par un dessin, le dessin 1 qu'on appelle un chiffre. Je fais un pas en arrière, représenté par le dessin voisin, - 1. Je peux faire un pas en avant, un pas en arrière et revenir ainsi à mon point de départ, zéro. Mes pas, ces mouvements, je les appelle des translations (rectilignes), car je translate mon corps. L'ensemble de ces pas, de ces translations rectilignes, de ces dessins, de ces nombres, des mots différents mais qui fondamentalement représentent toujours la même chose, possède la « structure de groupe »: on peut additionner des petits pas pour créer de très grands pas, et tout pas, petit ou grand, admet un opposé, un symétrique. De même que cet ensemble des translations, celui des rotations (ou transactions circulaires) a également cette structure de groupe.

Un théorème général important, que nous illustrerons abondamment plus loin à propos des spirales, est en rapport direct avec les éléments de ces groupes, et, entre autres, avec le travail manuel des artistes. C'est celui d'Aristote-Liouville selon lequel tout mouvement local[3] est la combination d'une translation locale et d'une rotation locale: ce sont exactement les mouvements que font le dessinateur, le peintre, le sculpteur, le violoniste quand ils exécutent une œuvre.

Du Beau

Aristote, on l'a vu, associait beauté et symétrie. Un objet est doté de beauté lorsque ses caractéristiques, notamment structurales, éveillent le sourire de l'intelligence, apportent la détente de l'esprit, et le bienfait au corps. Lorsque en effet nous voyons un objet s'établit une sorte de résonance entre les deux structures, celle de l'objet et la nôtre. Nos propres symétries font alors écho aux symétries de l'objet. Leur présence et l'impression de solidité qu'elles donnent, éveillent en nous un ressenti, celui de nos propres symétries, de nos propres équilibre interne et stabilité. Dans les cas heureux, ce ressenti s'exprime sous la forme d'un subtil sentiment d'harmonie intérieure, de satisfaction que nous exprimons par une joie plus ou moins discrète, associée à une forme d'affect, d'émotion que nous appelons beauté.

---

[3] Un nombre est une représentation instantanée d'un mouvement local. Voir à ce sujet: « Du nouveau du côté des nombres », Quadrature, 66, 2007, 8-14 (http://arpam.free.fr/Du%20nouveau%20...%20Quadrature.pdf).

Pour l'essentiel, nous qualifions de Beau ce qui entre en résonance positive avec la structure de notre être, et contribue assurer la stabilité spatio-temporelle de notre personne, de manière directe ou à travers celle de notre entourage.[4]

On notera, en art visuel, liée à l'expression d'un sentiment de beauté, la présence générique et première de la symétrie verticale induite par la gravité, renvoyant à celle notre corps dans sa position habituelle le jour, et la présence générique secondaire de la symétrie horizontale, perpendiculaire à la précédente: elle renvoie à la position habituelle de notre corps la nuit, mais aussi, décalée vers le haut, à la symétrie moins frappante définie par la ligne des bras tendus horizontalement séparant ces deux centres nerveux vitaux que sont la tête et le ventre.

Le thème important de la représentation

Pour maintenir notre stabilité spatio-temporelle, nous avons besoin en premier lieu d'alimenter notre corps en énergie[5]. Pour cela, nous devons être capable de reconnaître la présence autour de nous de cette énergie assimilable, également de tout ce qui peut nous en priver. Pour ces raisons évidentes, se sont développés d'abord, notamment en nous-mêmes, des mécanismes et des outils de représentation de nos environnements. On peut considérer l'activité de représentation comme l'une des activités essentielles de l'être biologique.

Chacun développe, avec des moyens qui lui sont propres, plus ou moins riches, des représentations plus ou moins affinées de son entourage. Représentations d'abord internes, externalisées ensuite.

Quels éléments aura-t-on tendance à représenter en premier lieu ? Le choix reflète ou même est dicté par la manière stratifiée dont le monde naturel est organisé, dicté également par l'importance ressentie des effets que peuvent avoir sur notre stabilité les élément de ce monde. Or celui-ci repose d'abord sur une strate physique, solide, stable, sur laquelle s'est construite ensuite et se déploie la strate chimio-biologique, laquelle se déploie à son tour en strates plus élevées. On remarquera que le livre de la Genèse présente déjà les prémisses de cette architecture de l'univers. La strate fondamentale sur laquelle tout repose est la strate physique. C'est elle qui requiert l' attention première, que l'on aura tendance à représenter spontanément, tant par les objets qu'on y rencontre, que par les types de déplacements et d'évènements qui s'y produisent, comme par exemple les chocs. C'est à ce niveau du fondamental, du substrat physique de leur environnement que les représentations des artistes et des mathématiciens sont les plus proches.

---

[4] Le laid est au contraire ce qui altère notre stabilité. On comparera ce point de vue partiel sur le Beau avec ceux qui ont été énoncés depuis Vitruve, et notamment tout au long du Moyen Âge. Voir par exemple l'ouvrage d'Umberto Eco que je viens de découvrir: « Art et beauté dans l'esthétique médiévale ».

[5] Sur le concept d'énergie, on pourra consulter: « Energie et Stabilité » (http://arpam.free.fr/ES.pdf)

Ce qu'on appelle en effet la mathématique est une construction à étages de représentations. Au bas de l'édifice se placent, dans un langage descriptif particulier, les représentations simplifiées des objets et des mouvements du monde physique. C'est la raison pour laquelle on peut considérer la mathématique comme une physique abstraite. Aux étages successifs se situent des représentations plus synthétiques des contenus des étages inférieurs. Je vais m'arrêter un instant sur cette activité de représentation dans le monde mathématique.

En art, la qualité de la représentation contribue à sa gloire, elle est liée à l'outil utilisé, la maîtrise qu'on en possède. Il en est de même en mathématiques. Aux étages différents de l'édifice, la représentation porte des noms divers mais qui fondamentalement remplissent tous la même fonction: faire apparaître les caractères et les propriétés essentiels de ce qui est observé, ressenti, deviné, et que l'on veut montrer. Les termes utilisés par les mathématiciens sont celui parfois effectivement de représentation, mais plus fréquemment ceux de projection, de fonction, d'application, de morphisme, de foncteur. En mathématiques, davantage la représentation est abstraite, plus elle gagne en pouvoir de généralité et de pénétration.

Revenons au niveau zéro de la construction. Les mathématiciens y dressent les catalogues des formes, étudient leurs propriétés, les moyens de les construire, comment elles s'assemblent. C'est à ce niveau que arts et mathématiques se rencontrent en premier lieu, que les interactions entre les deux familles sont les plus fortes et les plus fécondes.

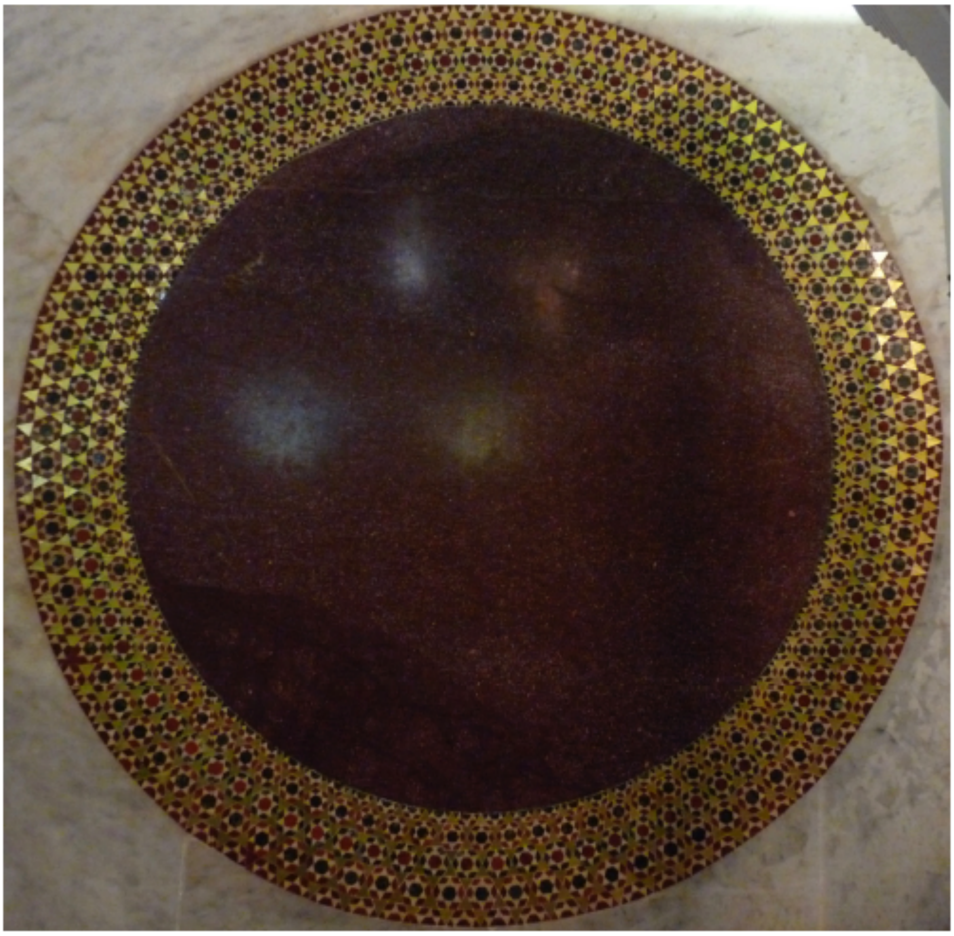
Avant de donner des exemples de ces interactions si nombreuses et si souvent inconscientes, examinons quelques-uns des points communs communs à tous les artistes, points communs qui finalement caractérisent l'artiste en soi ?

Caractéristiques et points communs aux activités artistiques

On peut en distinguer six auxquelles on peut donner les noms de **Représentation**, de **Perfection**, d'**Inventivité**, de **Singularité**, d'**Universalité**, et de **Phénomènes ondulatoires**. La première et la dernière de ces caractéristiques sont sans doute les plus importantes.

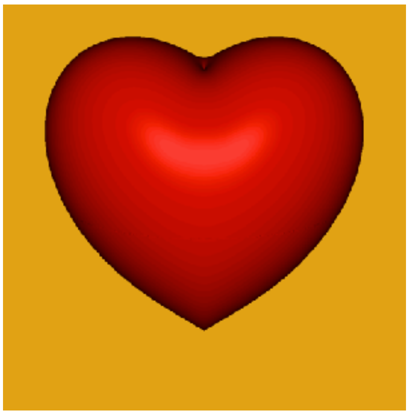
1. Premier point, l'activité commune de **représentation**. Pourquoi l'on représente, que représente-t-on ?

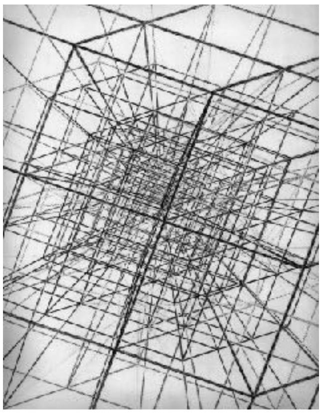
2. Second point commun: l**e souci de perfection et de finition,** comme on peut le constater en admirant par exemple cette admirable mosaïque du douzième siècle,



Chapelle Palatine, Palerme

ou par exemple ces trois œuvres, celle d'un sculpteur, à gauche, celle de mathématiciens, au centre, et celle d'un graveur, à droite :





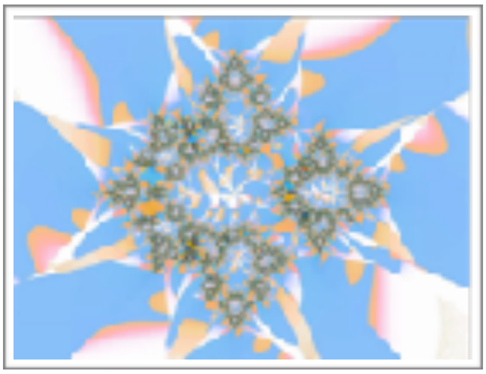
John Robinson (1935-2007) **Tore Norstrand & Bruce** **Patrice Jeener**

Immortality (nœud de trèfle) $(2x^2 + y^2 + z^2 - 1)^3 - 1/10\, x^2z^3 - y^2z^3 = 0$ Pavage d'hypercubes

L'attention, le soin que l'artiste figuratif porte à la réalisation de son œuvre sont des garants de sa qualité, des témoignages immédiats de la haute valeur de son savoir-faire. Tout défaut apparent, toute erreur de conception seraient aussitôt sanctionnés.

Il en est de même en mathématique où l'œuvre consiste dans l'introduction, la description et l'explication d'une donnée abstraite. Le souci de perfection apparaît non seulement dans la qualité linguistique de l'exposition, mais principalement dans l'absence de faille aussi minime soit-elle dans l'explication, appelée en l'occurrence la démonstration. Quand plusieurs preuves peuvent être avancées, on qualifie souvent d'élégante la plus courte, la plus astucieuse d'entre elles. Le souci de perfection s'accompagne ici de la prise en compte de manière consciente de formes d'optimalité dans l'obtention des résultats.

3. Troisième point commun : l'**inventivité et la fécondité** dont ils font preuve.

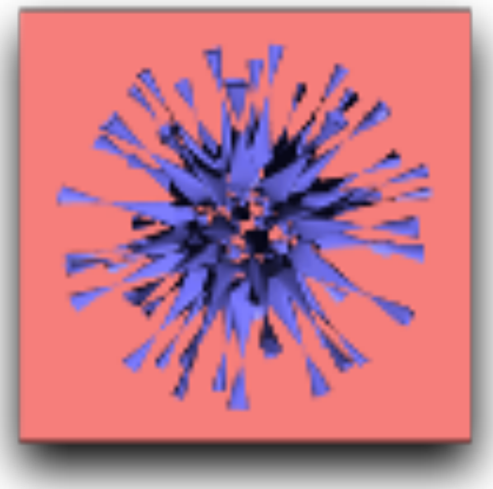


Mikaël Mayer **Anatoly Fomenko** **Le Douanier Rousseau**

oo(((0.3+1.28i)*(argch(arcsin(exp(x)))*exp((3.16-2.44i)+y))+argsh(z^4-z^(z))*argch(z^-4))/2,6)*0.5

Le retournement de la sphère

Le lion ayant faim



$T8(x) + T8(y) + T8(z) = 0$ avec $T8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1$.

Une surface de Barth (réalisée par **Bruce Hunt**) de degré 10 avec 345 points singuliers.

Mikaël Mayer est informaticien, Anatoly Fomenko mathématicien russe récipiendaire de plusieurs prix, Le Douanier Rousseau un peintre célèbre de la fin du dix-neuvième siècle.

Le Douanier (https://fr.wikipedia.org/wiki/Henri_Rousseau) est certes moins inventif et moins fécond qu'un Pablo Picasso, auteur de près de 50 000 œuvres diverses ! Je l'ai choisi ici parce que, par sa vision imaginée de la forêt vierge, il rappelle l'inventivité et de la fécondité de cette grande inspiratrice et créatrice, la Nature elle-même. C'est cette capacité d'invention, cette fécondité qui caractérise la grande œuvre, le grand homme.

Anatoly Fomenko (http://dfgm.math.msu.su/files/fomenko/myth-vved.php) crée sans retouche, ce qui ne laisse pas d'étonner. Il nous propose ici une présentation originale des différentes étapes du retournement de la sphère quelque peu éloignée de la mise en œuvre (très technique et très savante) des équations et de la programmation permettant de suivre le déroulement de ce retournement (il s'agit de faire en sorte qu'après retournement sans déchirure entre autres, la face intérieure de la sphère se retrouve à l'extérieur alors qu'inversement la face initialement à l'extérieur soit in fine la face intérieure, voir par exemple https://en.wikipedia.org/wiki/Sphere_eversion). L'invention est d'abord ici présente dans les mathématiques: poser le problème, trouver des moyens pour le résoudre, les mettre en œuvre. L'imagination dont l'artiste fait ici preuve dans la manière élégante avec laquelle il présente les différentes étapes du retournement est un exemple évident de cette étonnante capacité d'invention de l'esprit humain.

L'œuvre de Mikaël Mayer (http://www.mikaelmayer.com/reflex/) témoigne de l'inventivité des mathématiciens et l'on peut dire des mathématiques elles-mêmes. C'est le programme imaginé et construit par le créateur, son contenu qui, ici, par ses capacités combinatoires et son comportement aléatoire, engendre une foule de dessins, de motifs. L'auteur choisit alors de nous montrer ceux d'entre eux qui le séduisent par leurs qualités esthétiques intrinsèques. Alors que dans les deux œuvres précédentes, la main de l'artiste est éminemment présente dans l'étape finale de la réalisation matérielle de l'œuvre, un nouveau pas est ici franchi vers le détachement de la fonction corporelle associée à cette réalisation.

La dernière œuvre est plus classique, une sorte de cloche éclatée qui remplit l'espace d'un immense fonds sonore bleuté: une manière de célébrer, cette année 2016, son vingtième anniversaire. Cette surface appartient à toute une famille d'objets mathématiques définis par des équations polynomiales, obéissant à des règles de symétrie précises qui contribuent fortement à leur conférer des qualités esthétiques. L'inventivité est ici celle des mathématiciens qui se posent de bonnes questions, elle est aussi des mathématiques en soi qui nous font découvrir ces surfaces riches dont les éléments sont assemblés de manière souvent inattendue.

Pour ce qui est des œuvres mathématiques, elles possèdent un avantage sur les œuvres ne se pliant pas à leurs contraintes. Car la richesse de ces œuvres mathématiques est évidemment liée aux potentialités infinies qu'apporte l'infinité des nombres. On obtient par exemple une nouvelle surface en remplaçant dans l'équation de la surface de Barth précédente l'un des nombres 2, 4, 6, 8, par un autre nombre, quel qu'il soit. Pour paraphraser Shakespeare, avec peut-être sa permission : « Il y a plus de choses sur la terre et dans les mathématiques, Horatio, qu'il n'en est rêvé dans votre philosophie ».

4. Quatrième point commun : la **singularité**, l'**originalité** et la **pertinence** des œuvres qui les rendent si attirantes et si importantes.

La galerie impressionnante de photos qui suit, et à laquelle je succombe, rend compte assez bien de ces trois caractères qui vient d'être cités. Il s'agit de fascinants pavages au sol présents dans la Chapelle Palatine à Palerme ou dans la cathédrale voisine de Monreale. Ils sont tous différents et originaux, uniques en soi, donc singuliers, attirants, suscitant la curiosité comme toute œuvre inhabituelle, éveillant l'intérêt qui témoigne d'une pertinence authentique, peut-être cachée, à préciser.







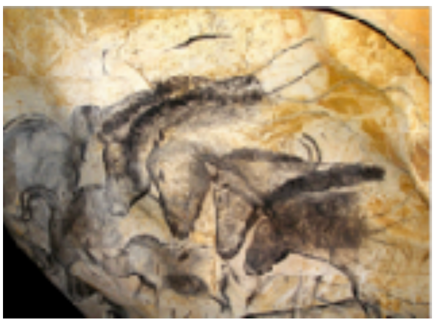

Si chaque œuvre est singulière, certaines possèdent plus que d'autres des caractères d'originalité. C'est le cas de la plupart des œuvres de Dali (1904-1989).

Dali. Cygnes réfléchis en Eléphants, 1937.

Voici une œuvre bien construite: un axe de symétrie vertical, un autre horizontal, marquant la limite du ciel et de la mer. Et puis cette avancée de la mer à l'intérieur d'une crique: entourés d'arbres, trois cygnes se mirent dans le miroir de l'eau, qui renvoie l'image d'éléphants. Une œuvre pleine de fantaisie et d'humour.

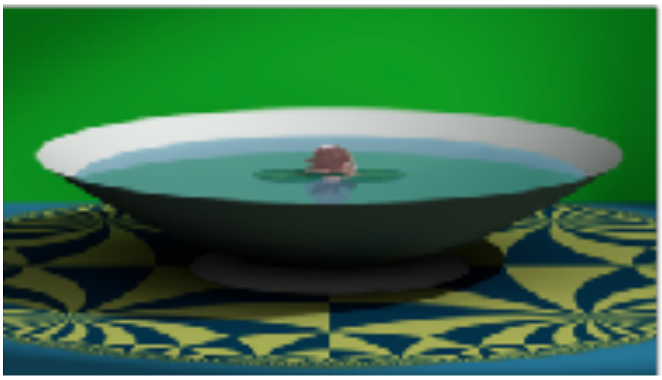
Dali est aussi l'un des meilleurs peintres du siècle dernier qui se soient intéressés aux mathématiques, accueillant chez lui Tom Banchoff (1938-) puis René Thom (1923-2002). Son œuvre porte la trace évidente de ces rencontres.

5. Cinquième point commun: **l'universalité des œuvres:**



Grotte Chauvet (-30 000)

L'Offrande de Ramsès au dieu Ptah-Sokar-Osiris et à la déesse Isis



Vase hyperbolique posé sur un napperon hyperbolique

Bruter-Leys

L'universalité se conçoit et dans l'espace et à travers le temps. Il s'agit d'une forme extrême de stabilité spatio-temporelle.

Les grandes œuvres artistiques, pour autant que les hommes et les éléments ne viennent pas les détruire, possèdent cette propriété de stabilité temporelle. Nous admirons toujours les gravures préhistoriques présentes dans les grottes et cavernes, ou la scène d'offrande qui orne la tombe de Ramsès III, et date d'environ 3000 ans.

Le vase reposant sur le napperon est une commande que j'ai passée à Jos Leys. Elle ne prétend nullement avoir la valeur artistique des œuvres précédentes: elle est là pour illustrer, symboliser la présence et la pérennité des mathématiques.

Les œuvres mathématiques, c'est-à-dire les énoncés qui constituent le corpus de la mathématique, ont à nouveau un autre avantage sur les œuvres d'une autre inspiration. Certes, si on exposait la Joconde sur Mars, tous les martiens ne manqueraient pas d'accourir pour l'admirer. Mais encore faudrait-il qu'on puisse déplacer sans difficulté ce chef d'œuvre jusqu'à notre lointaine voisine. Leur universalité est davantage temporelle que spatiale. Et l'on notera également que l'universalité des œuvres d'art autres que mathématiques n'est que relative: car l'humanité et toutes ses œuvres peuvent disparaître à la suite d'un cataclysme quelconque.

Par contre, les théorèmes de mathématiques sont vrais dans tout l'univers, et ne s'effacent pas avec le temps. Ce sont des vérités intemporelles, immuables au centre de la terre, à l'intérieur du soleil, et même au plus profond des trous noirs.

6. Un dernier point commun à la plupart sinon à tous les arts est le rôle joué par la **présence des phénomènes ondulatoires, et l'infini multiplicité de leurs fréquences**.

Pour ce qui concerne notamment les arts visuels et l'art mathématique, on n'insistera jamais assez sur le rôle merveilleux de la **lumière,** quand bien même il nous paraît évident. La lumière, le monde des photons jouent d'abord un rôle constitutif dans notre univers atteignable qui va du physique jusqu'au vivant.

Sur le plan des arts figuratifs, la lumière nous fait voir la forme des objets, assure leur relief, souligne les nuances caractéristiques et révélatrices de leur constitution. Elle donne les éléments fondamentaux de leur représentation.

J'ai choisi, pour évoquer son rôle dans ce milieu des arts, cette œuvre émouvante. A quoi, à quel avenir pour son enfant silencieusement endormi, songe dans une pénombre expressive ce doux et lumineux visage d'une maman attentive ?

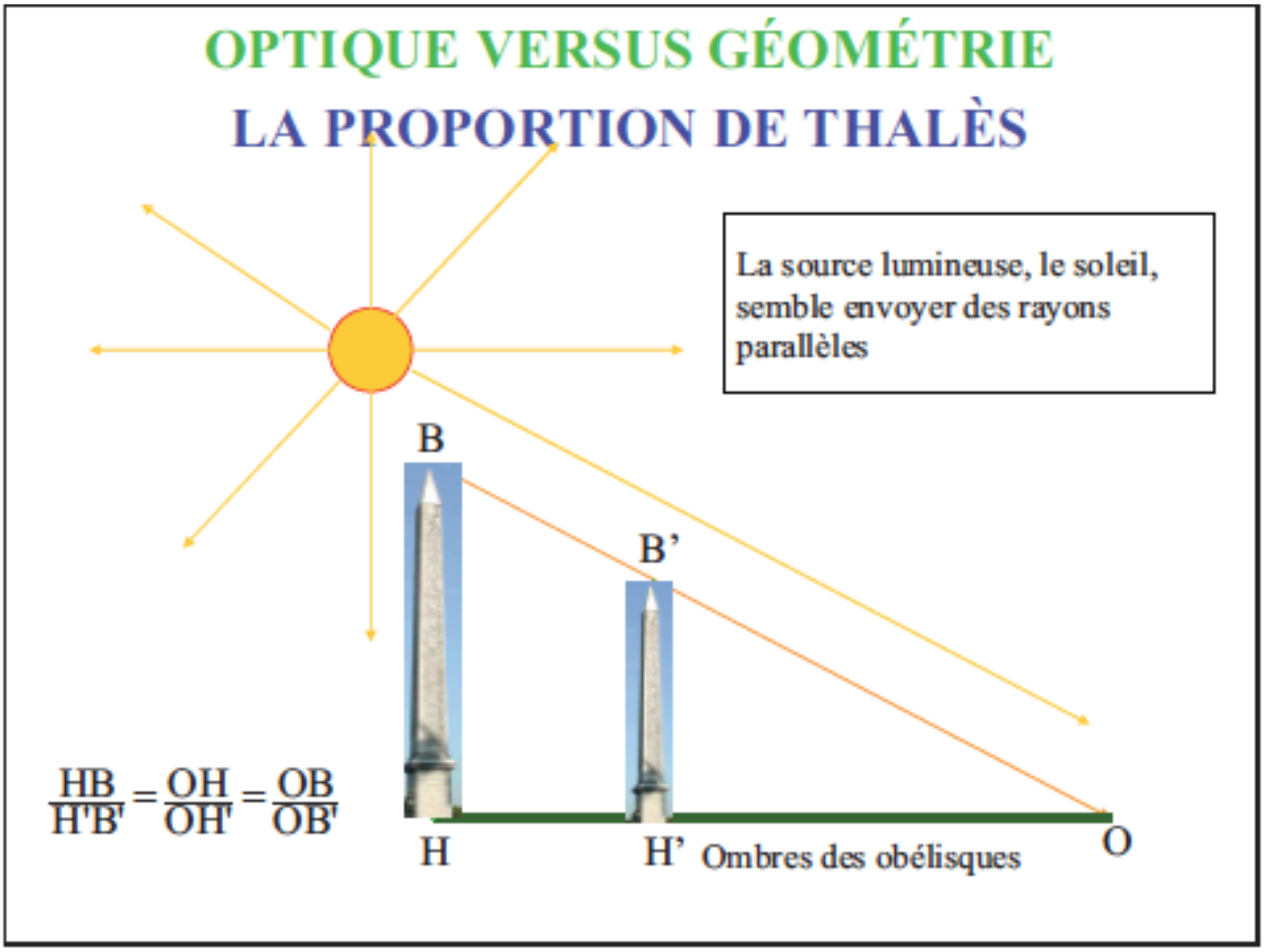
Georges de La Tour. Sainte Anne avec l'Enfant Jésus, vers 1645-1650.

La lumière, c'est d'abord pour nous le soleil, créateur sur le sol des ombres des objets. Il en projette les contours, il en définit les formes.

Archimède dessinait-il sur le sable au moment où il perdit la vie ? Sumériens, Egyptiens, Pythagoriciens, faisaient-ils cours devant leurs disciples à l'aide d'un tableau noir ? Le mythe de la caverne n'aurait-il pas pu être suggéré à Platon par la manière dont il enseignait la géométrie ?

Il n'est pas alors trop aventureux de penser la première géométrie plane comme l'étude sur le plan du sol des ombres des objets éclairés par le soleil. Rappelons également que l'origine de la perspective, de la géométrie projective provient de la conception des Anciens, partagée encore par nombre de savants au XVIIe siècle, imaginant des sortes de rayons lumineux qui partaient de l'oeil pour atteindre les objets effectivement vus.

L'énoncé qui fonde la géométrie euclidienne du plan est une observation d'optique géométrique entre l'objet et son ombre. Il porte le nom célèbre de « théorème » de Thalès :



Soulignons ici la parenté, le mot est faible, d'une procédure générale employée souvent inconsciemment par les mathématiciens, avec celle que l'exemple des obélisques « de Thalès » nous décrit: la Nature, en l'occurrence le soleil, projette sur le plan du sol, c'est-à-dire sur un espace de dimension inférieure ici deux et plus accessible à notre entendement, un objet plus ou moins mystérieux, l'obélisque, situé dans un espace de dimension plus élevé, ici trois. Dans les premiers temps de la recherche et de la découverte, c'est également par l'étude de leurs projections, de leurs « ombres", sur des espaces de dimensions plus petites que sont révélées aux mathématiciens les propriétés des objets énigmatiques placés dans des espaces de dimensions plus importantes.

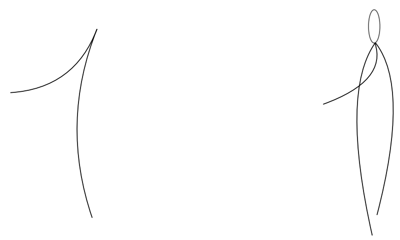
Convenons alors, en référence au mythe fameux de la caverne, d'appeler « Problème de Platon » le problème en quelque sorte inverse du précédent: étant donnée une ombre, une projection, quel objet en est véritablement la source, où se situe-t-il, quelle en est la structure, quelles en sont les propriétés internes, et même l'origine, les raisons de sa présence ?

Exemple de mathématicien renommé ayant pratiqué cette démarche ? Eberhart Hopf (1902-1983), de l'Université de Bâle.

La projection est l'une des formes de représentation, thème sur lequel nous allons revenir par la présentation de quelques exemples significatifs. Le plus élémentaire d'entre eux met en évidence le niveau plutôt fondamental de l'activité cérébrale auquel s'exerce l'activité fondatrice de la représentation.

Premiers Exemples

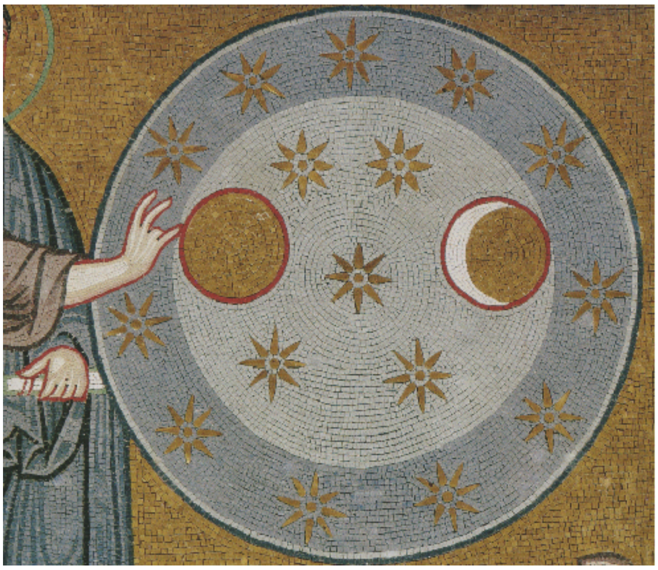
Soient deux personnages se promenant de concert, l'un est mathématicien l'autre artiste visuel. Voici qu'ils aperçoivent une tierce personne. Aussitôt, le mathématicien dessine le chiffre un sur la feuille de papier qui ne le quitte pas, l'artiste visuel dessine un bonhomme sur son inséparable toile.



Ces deux dessins ne se ressemblent-ils pas ? Ainsi, dans un tout premier temps et à première vue, mathématicien ou artiste visuel pratiquent la même activité. Tous deux représentent leur environnement, commençant par faire des **dessins** mentaux, extériorisés ensuite sous forme matérielle !

Nous avons vu pourquoi l'on représente, pour assurer notre présence dans l'espace et à travers le temps, et que nous représentons en premier ce qui nous paraît le plus important, donc en particulier le monde physique très stable, qui nous entoure, que nous cherchons à connaître, à comprendre pour mieux nous protéger de ses caprices, pour mieux bénéficier de ses dons.

Regardons ces très belles mosaïques du douzième siècle, créées probablement autour des années 1170. Des œuvres de grands artistes assurément.



Chapelle Palatine. Création du soleil, de la lune et des étoiles.

Cathédrale de Monreale. Création du ciel et des océans.

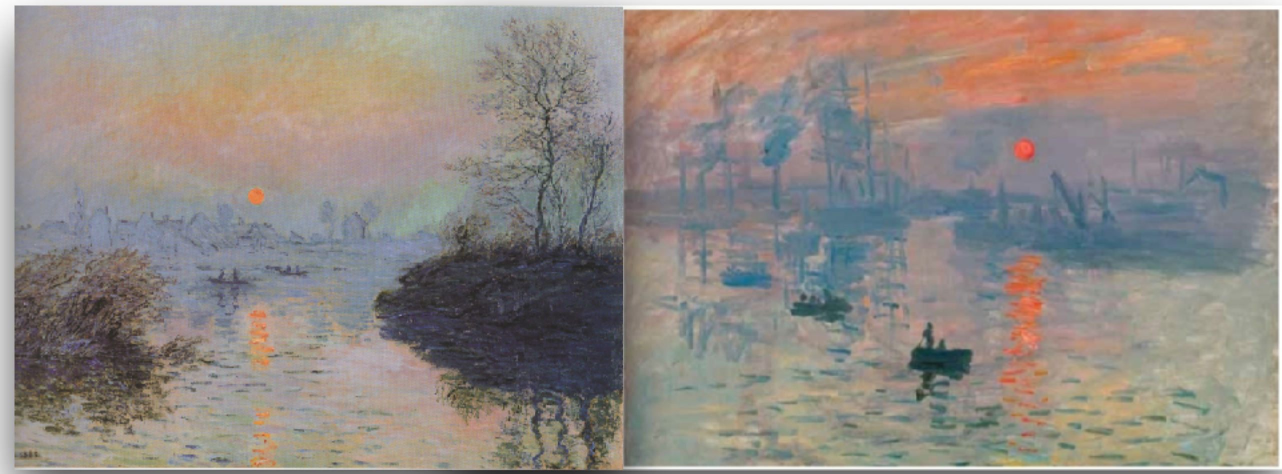
Ils nous montrent la naissance du monde selon les conceptions de l'époque que nous présentent les savants personnages situés à gauche et au-dessous des mosaïques. Admirons le choix heureux des couleurs, la perfection de la réalisation, mais aussi la présence de tous ces éléments devenus mathématiques, ces cercles parfaits, ces polygones étoilés parfaits, leur savante répartition qui a dû nécessiter bien des calculs ! Artistes ou mathématiciens ? Mathématiciens ou artistes ?

Un grand mathématicien du siècle dernier, également excellent pianiste, Henri Cartan (1904-2008), a écrit ceci :

« Dans le discours que j'ai prononcé le premier février 1977 à l'occasion de la réception de la Médaille d'Or du CNRS, j'ai tenté de défendre la thèse selon laquelle les mathématiques relèveraient plutôt de l'art que de la philosophie. »

Henri Cartan était-il mathématicien ou artiste, ou bien les deux ? Le point de vue de Cartan n'était nullement isolé. On citera par exemple ceux de deux mathématiciens du siècle précédent, le dix-neuvième, versés en particulier dans la théorie des nombres: Leopold Kronecker pour qui les mathématiques relevaient de l'art et de la science, et son contemporain, ils sont tous deux nés en 1823, Gothold Eisenstein, pour qui les mathématiques relevaient seulement de l'art.

Voici maintenant un autre exemple de l'imprégnation du monde physique dans l'œuvre d'art. Regardons ces deux tableaux de Monet:



Monet. Impressions: Soleil Couchant (1880) & Levant (1872).

Ils nous montrent, tout comme le fait la mosaïque précédente séparant le ciel de la mer, une ligne d'horizon qui ondule de manière régulière avec cette fois, en plus, le disque solaire que les mathématiciens représentent par le dessin suivant: $\mathbf{D}^2$. Observez aussi dans toutes ces œuvres, la présence de deux symétries fondamentales: l'une verticale qui correspond à la pesanteur, l'autre horizontale permettant d'équilibrer le tableau, de lui conférer une sorte de stabilité.

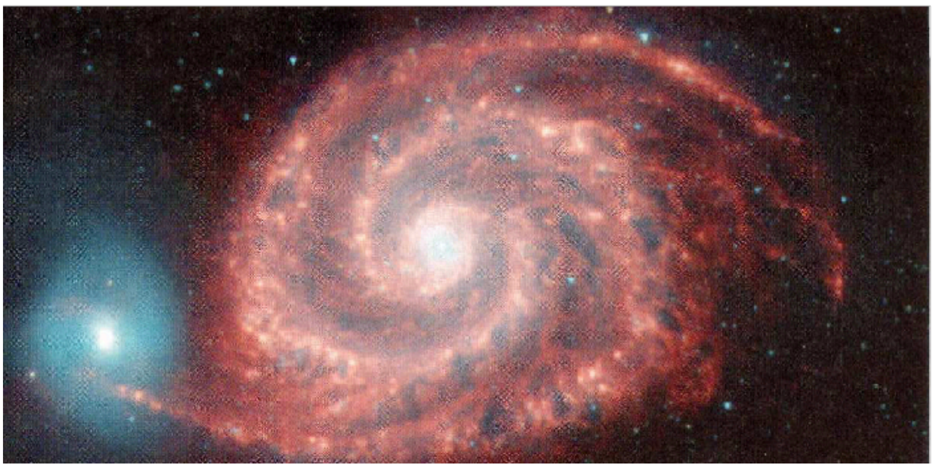
Cependant, le léger décalage du soleil par rapport à l'axe de symétrie vertical du tableau, contribue à créer une sensation de mouvement, un certain dynamisme présent dans le spectacle qu'observe Monet.

Un premier Universel de la Décoration, la Spirale

Dans le tableau suivant de Van Gogh,

Van Gogh. La nuit étoilée, 1889.

le peintre se fait astronome. Peut-être était-il au courant de la découverte, une quarantaine d'années avant de faire son tableau, de l'existence de la galaxie spirale du tourbillon dont voici une photo :



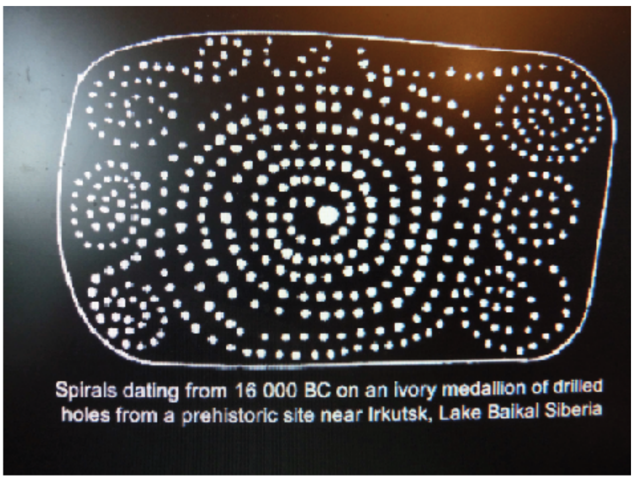
Van Gogh décrit deux des mouvements fondamentaux du monde physique déjà évoqués: le mouvement circulaire, la rotation, et le mouvement spiral, celui-ci comme combinaison du mouvement fermé de rotation, et du mouvement transverse ouvert de translation, de déplacement rectiligne.

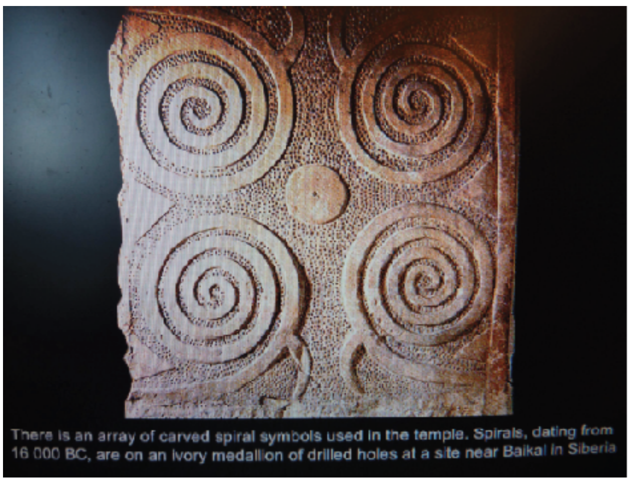
Le mouvement spiral est un universel, dans le monde mathématique, dans le monde physique, dans le monde biologique, dans la décoration, en architecture. Immense est la quantité d'œuvres qui témoignent de sa présence. En voici quelques-unes empruntées à l'art visuel.

D'abord ces sortes de sculptures faites par Nat Friedman, le fondateur d'ISAMA (www.isma.org), à partir de coquillages habituels:




Puis ces deux gravures exemplaires sur ivoire qui ont 16000 ans d'âge:



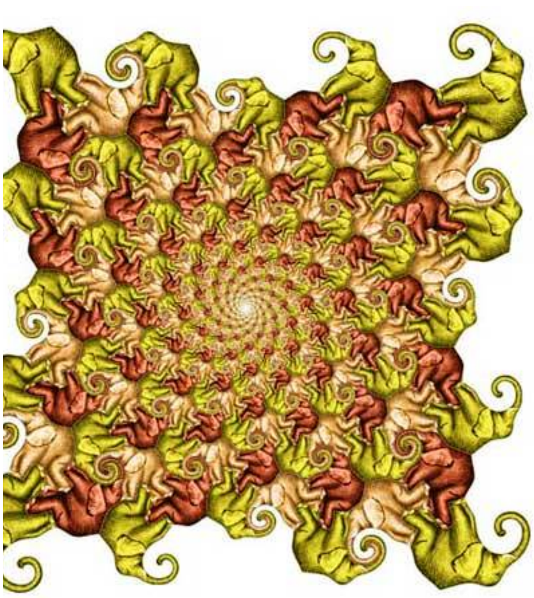
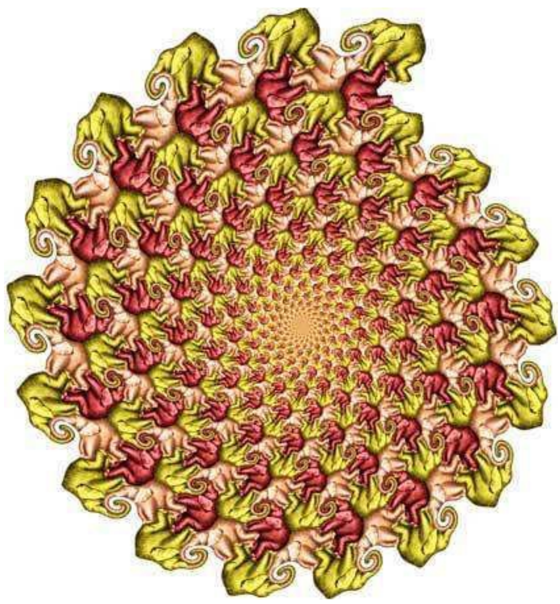


Gravures sur ivoire trouvées près du lac Baïkal, -16000.

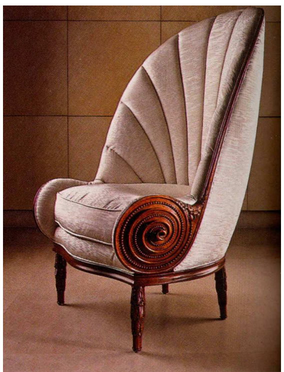
On rencontre bien sûr dans toutes les civilisations, à toutes les époques, des œuvres illustrant ce mouvement.

Voici quelques exemples décoratifs respectivement égyptien, grec, suédois, ou récent, l'auteur est Dominique Ribault (http://www.polytess.info):



Franchissons les siècles jusqu'à la période moderne. Voici quelques exemples en menuiserie, en ferronnerie,



Une bergère de Paul Iribe, exceptionnelle par la finesse de ses spirales sculptées en noyer (1913).

10, Bd de Port-Royal, 6ème (G. Jacquet 1937)

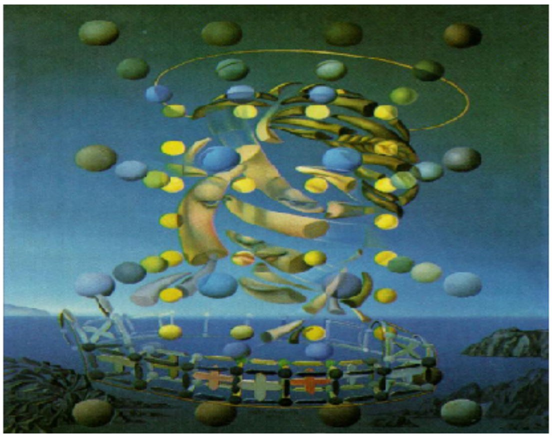
3, rue Mouthon, 15ème

et en architecture:

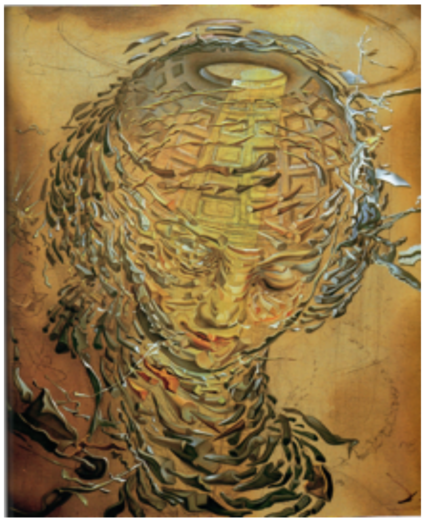
Calatrava. Tour nommée Turning Torso, Malmö (Suède), 1999-2004

En peinture, nous prendrons comme exemple ces trois œuvres du facétieux Dali:

Ascension, 1958.

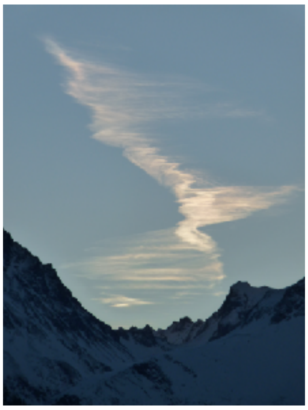


La vitesse maximale de la Madona de Raphaël, 1954.



Tête raphaélesque éclatée, 1951.

Les deux dernières correspondent à un phénomène naturel, un mouvement légèrement tourbillonnaire de nuage que j'ai observé dans les Alpes, où il semble qu'au voisinage d'une zone restreinte singulière le mouvement nuageux spirale selon deux directions horizontales opposées:



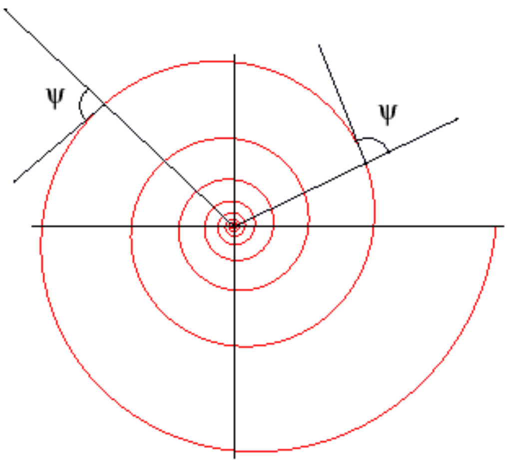
Mais à propos de ces œuvres, on ne résiste pas au plaisir de lire ce commentaire de Dali lui-même qui, dans son livre intitulé « Oui », se proclamait le fondateur de « la méthode paranoïaque-critique » :

« Mais soudainement je découvris que, dans les entrecroisements des spirales qui forment le tournesol, il y a évidemment le galbe parfait des cornes de rhinocéros.

Maintenant les morphologues ne sont pas du tout sûr que les spirales du tournesol soient de vraies spirales logarithmique; ce sont des spirales qui approchent beaucoup, mais il y a des phénomènes de croissance qui font qu'on n'a jamais pu les mesurer avec une exactitude rigoureusement scientifique; et les morphologues ne sont absolument pas d'accord si ce sont des spirales logarithmiques ou non.

Mais, maintenant, je me suis renseigné à propos de la corne du rhinocéros elle-même : alors là, il n'y a aucun doute, il n'y a jamais eu dans la nature un exemple plus parfait de spirale logarithmique que dans le galbe de corne de rhinocéros. [6]»

Voici en bref, extraite de http://www.mathcurve.com/courbes2d/logarithmic/logarithmic.shtml, une image d'une vraie spirale logarithmique, dotée de plein de propriétés inattendues:



[6]Je recommande de poursuivre la lecture du texte de Dali, lorsque, quelques pages plus loin, il analyse avec intérêt une peinture de Raphaël, puis reprend ses considérations farfelues sur son obsession rhinocentrique. En particulier, sa description mathématique d'un rhinocéros vu de dos n'est pas piquée des hannetons.

à cette image est joint le commentaire suivant:

Courbe étudiée par Descartes et Toricelli en 1638, puis par Jacques Bernoulli (1654-1705).
Autres noms : spirale équiangle, *spirale de Bernoulli, spira mirabilis* ; le nom "spirale logarithmique" a été donné par Varignon.

Jacques Bernoulli a fait graver une spirale logarithmique sur sa tombe dans la cathédrale de Bâle, avec l'épigraphe : *eadem mutata resurgo,* "déplacée (mutata), je réapparais (resurgo) à l'identique (eadem)". Cependant, le graveur a tracé une spirale d'Archimède...

On voit alors que le galbe de la spirale logarithmique n'est tout fait celui, selon Dali, d'une corne de rhinocéros, c'est le moins qu'on puisse dire. On devine toutefois, à travers le texte de notre peintre, que derrière ses élucubrations volontairement fantaisistes, Dali avait de réelles connaissances mathématiques. Il aimait d'ailleurs, nous l'avons déjà évoqué, s'entourer de mathématiciens qu'il interrogeait, et qui lui ont inspiré plusieurs tableaux dont le contenu, du point de vue mathématique, n'est pas tout à fait élémentaire.

L'univers des spirales est immense. On trouvera dans la conférence Saverne [http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/ConferenceSaverne.pdf] la présentation d'autres spirales, ainsi que la définition mathématique d'une spirale située dans un plan (étendue de manière adéquate, la définition s'applique à toute courbe située dans n'importe quel espace métrique, spiralante dans une direction au moins).