



## Graveur de surfaces

Patrice Jeener : Interview d'Hervé Lehning

Patrice Jeener est un graveur au burin qui, à la suite d'Escher, s'inspire des mathématiques. Voici selon lui l'origine de sa vocation :

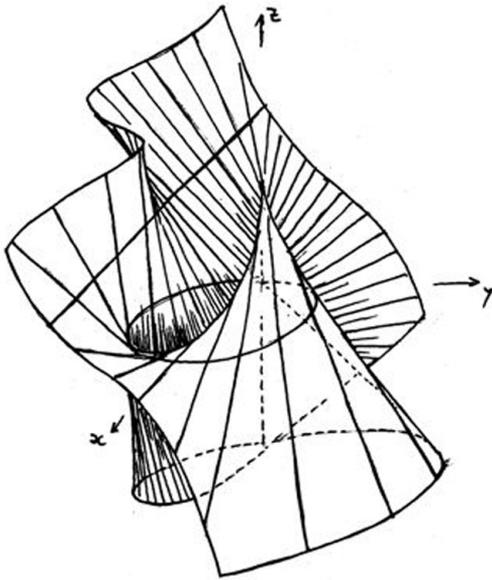
*J'étais étudiant à l'école des beaux-arts dans l'atelier de gravure au burin quand, lors d'une visite au Palais de la découverte, j'ai découvert des maquettes de modèles mathématiques en bois et en plâtre. Je les ai dessinées. Des équations étaient inscrites sur chaque modèle. Le fait de savoir qu'une équation correspondait à chaque maquette, me donna l'idée d'apprendre les mathématiques en autodidacte. Cela m'a donc permis de créer de nouvelles surfaces.*

*Voulant en savoir plus, je me suis rendu à l'Institut Henri Poincaré, pour continuer mon travail ; j'y ai découvert des modèles de fonctions spéciales qui m'ont fasciné. À partir de là, j'ai eu envie de comprendre la relation étroite qu'il peut y avoir entre l'art et les mathématiques.*

Aussitôt, Patrice Jeener s'intéressa aux surfaces d'équations de degrés 3 et 4 et les dessina, d'après les modèles en plâtre puis en utilisant un ordinateur. Il continua en les gravant.



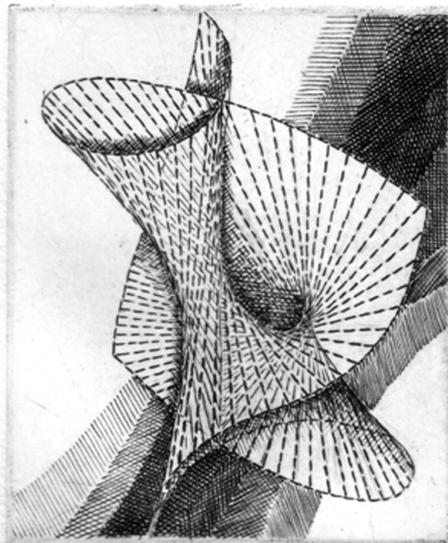
Patrice Jeener montrant des propriétés de l'hypercube.



Dessin d'une surface du troisième degré avec son équation, ces dessins sont souvent préparatoires aux gravures.

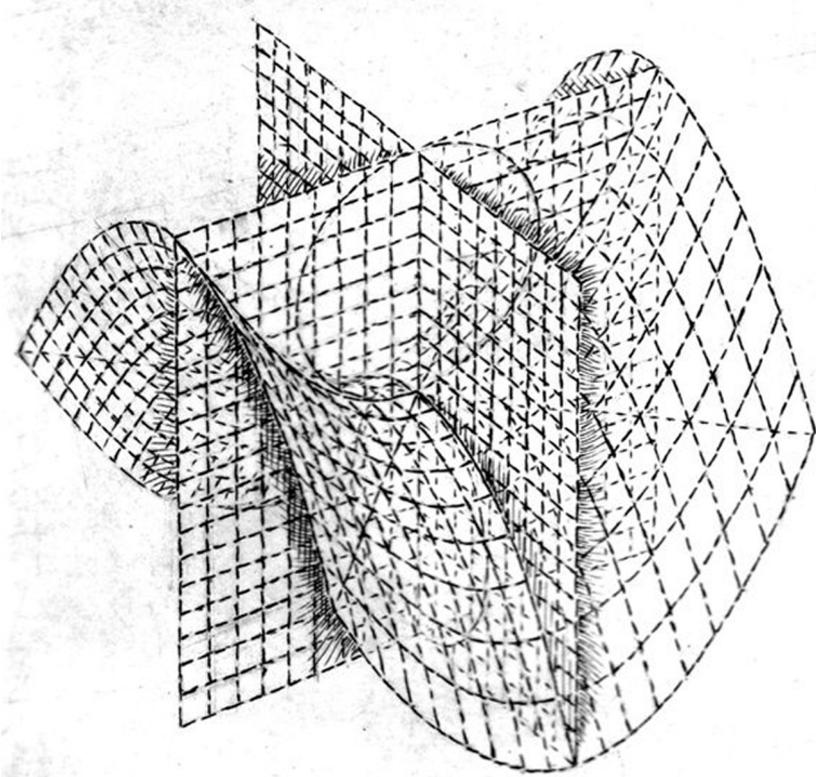
$$y(x^2 + y^2 - 2x) + z(x^2 + y^2 + 2xy) = 0$$

Gravure d'une surface du troisième degré avec son équation.



$$x(x^2 + y^2 - 4) + z(x^2 - y^2) = 0$$

Ces études l'amènent à comprendre concrètement ce qu'est la courbure d'une surface ... et à en faire une gravure.



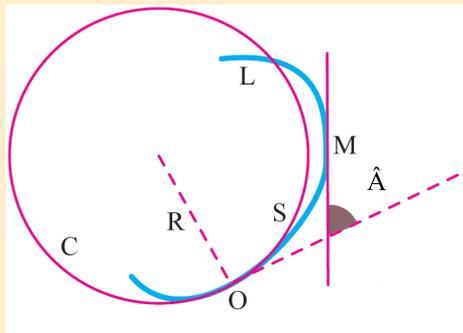
Gravure donnant la définition des courbures principales d'une surface. En un point  $M$  d'une surface, les plans normaux découpent chacun une courbe sur la surface, qui possède une courbure en  $M$ . Quand le plan normal varie autour de la normale, cette courbure varie. Elle possède un maximum et un minimum, que l'on appelle courbures principales. Les plans correspondants sont perpendiculaires. La courbure moyenne de la surface en ce point est la moyenne de ses courbures principales.

### Courbure d'une courbe

La courbure d'une courbe se définit relativement facilement. Nous l'exposons ici car il est difficile de suivre l'œuvre de Patrice Jeener sans en avoir une idée. A priori, il s'agit d'une mesure du caractère *non droit* d'une courbe. Ainsi, une ligne droite a une courbure nulle et une épingle à cheveu, une courbure importante. La courbure peut être positive ou négative, selon le sens de la concavité par rapport au sens de parcours de la courbe.

Comme toujours en mathématique, le sens positif est l'inverse du sens des aiguilles d'une montre.

L'inverse de la courbure est appelé *rayon de courbure*. Il s'agit du rayon du cercle se confondant localement avec la courbe. Le rayon de courbure d'une droite est donc infini.

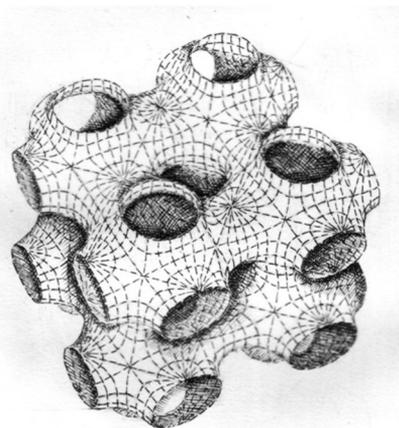


La *courbure moyenne* entre les points O et M de la courbe L ci-dessus est le rapport entre l'angle  $\hat{A}$  que font les tangentes en O et en M et la longueur S de l'arc OM. La courbure en O est la limite de cette courbure moyenne quand M tend vers O. Son inverse est appelé *le rayon de courbure* en O et le cercle C, tangent à L en O et de rayon R est appelé *le cercle de courbure* en O à L. Localement, il s'agit du cercle approchant le mieux la courbe L. Ainsi, la courbure d'une droite est nulle et celle d'un cercle, égale à l'inverse de son rayon.

## Surfaces minimales

Très vite, Patrice Jeener s'évada vers des formes plus complexes comme les surfaces minimales, dont la définition la plus manipulable est : *surface de courbure moyenne nulle* mais dont la définition heuristique est *surface minimisant son aire*.

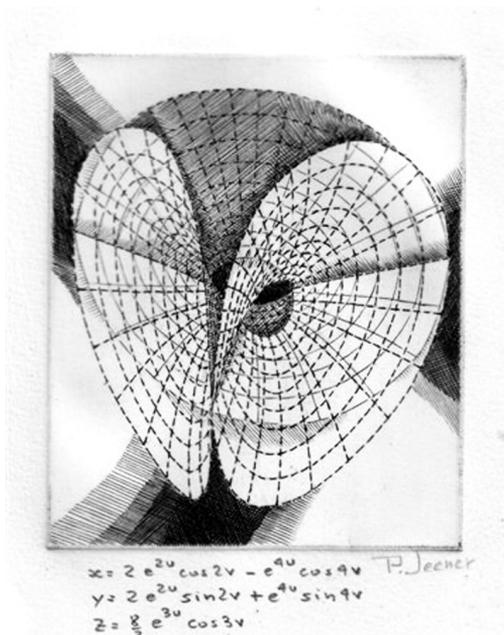
On peut matérialiser la plupart d'entre elles par des bulles de savon s'appuyant sur un contour, car le film de savon tend à minimiser son énergie, donc sa surface. Elles ont des applications pratiques mais notre propos n'est pas là. Nous n'écrirons pas leurs équations ici, nous nous contenterons d'en admirer l'esthétique à travers quelques gravures.



Surface minimale de Schwartz.  
Cette surface est triplement périodique,  
comme la gravure le laisse deviner.

L'étude des surfaces réservent quelques surprises comme l'apparition surprenante d'une chouette là où l'on attendait une surface minimale. Ce genre de surprises explique sans doute ce texte de Lautéramont :

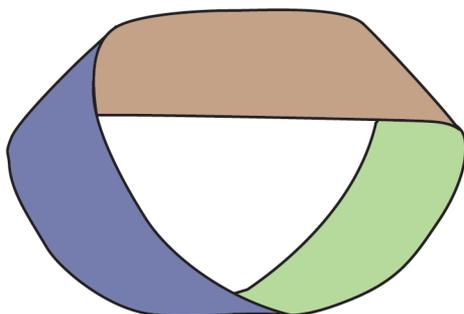
*O mathématiques sévères, je ne vous ai pas oubliées, depuis que vos savantes leçons, plus douces que le miel, filtrèrent dans mon cœur, comme une onde rafraîchissante.*



Surface minimale à la chouette avec ses équations.

### Curiosités topologiques

De façon assez naturelle, Patrice Jeener s'est ensuite intéressé aux surfaces singulières, généralisant la bande de Möbius, que l'on peut obtenir en recollant une bande de papier à l'envers.

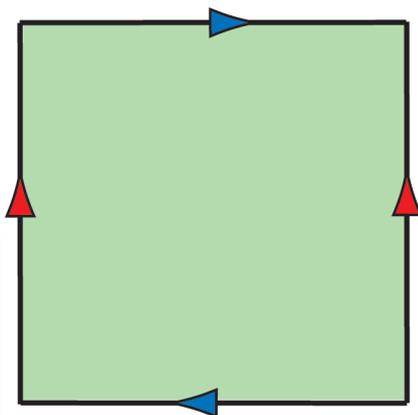


En collant les deux côtés d'une bande de papier à plat, on obtient un cylindre. Si on la tord d'un tour avant de la coller, on obtient une bande de Möbius. Cette surface a la propriété étonnante de n'avoir qu'une face. Si vous marchez dessus, vous parcourez ce qui peut sembler être les deux côtés, sans changer de côté.

## La bouteille de Klein

La bouteille de Klein est une sorte de généralisation de la bande de Möbius, puisqu'il s'agit d'une surface fermée dont on ne peut définir intérieur et extérieur, autrement dit, ils se confondent comme le font les deux faces de la bande de Möbius.

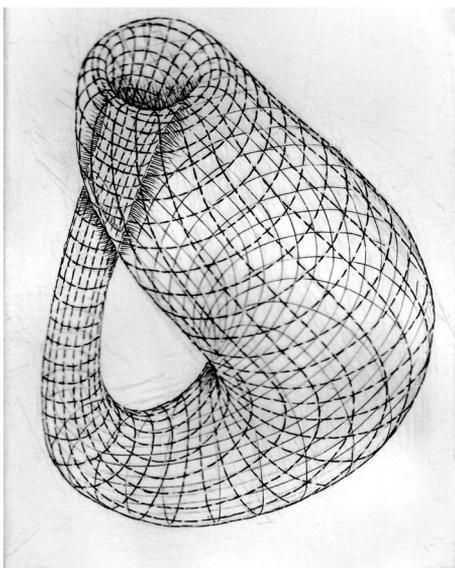
La construction avec une feuille de papier est en principe simple ... sauf qu'elle est impossible à réaliser dans l'espace de dimension trois. Pour cela, il est nécessaire de passer en dimension quatre !



Plan de montage d'une bouteille de Klein. On part d'un carré (ou d'un rectangle) en papier comme pour la bande de Möbius. Si on colle seulement les côtés en rouge dans le sens des flèches, on obtient un cylindre. Si on colle seulement les côtés en bleu toujours dans le sens des flèches, on obtient une bande de Möbius. Si on fait les deux à la fois, on obtient une bouteille de Klein. Dans l'espace de dimension trois, ce n'est possible que si on autorise la feuille de papier à se traverser elle-même !

L'art du dessin ou de la gravure est particulièrement adapté à la représentation de ce genre de surface. L'épaisseur, la texture des courbes, et des lignes d'auto-intersection, permettent une bonne lisibilité de la surface.

Dans l'article de François Apéry sur la collection de modèles de l'institut Henri Poincaré, on retrouve une représentation de cette surface en dimension trois.



Bouteille de Klein

**P.J. et H.L.**